<u>บทที่ 4</u>

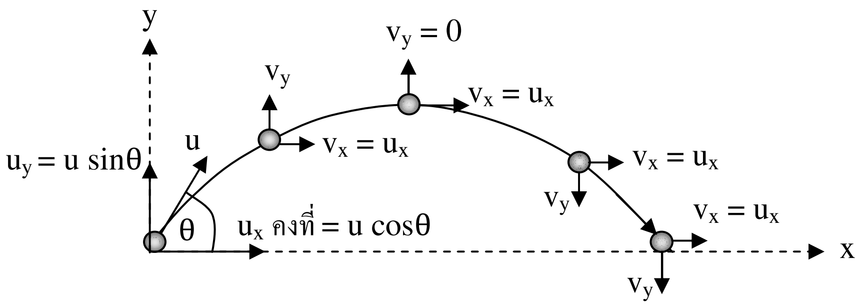
การเคลื่อนที่แบบต่าง ๆ

ในบทเรียนนี้นักเรียนจะได้ศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุในลักษณะที่ซับซ้อนขึ้นมากกว่าการเคลื่อนที่แนวตรงที่ได้เรียนมา เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึง การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ การเคลื่อนที่แบบวงกลม และการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

4.1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

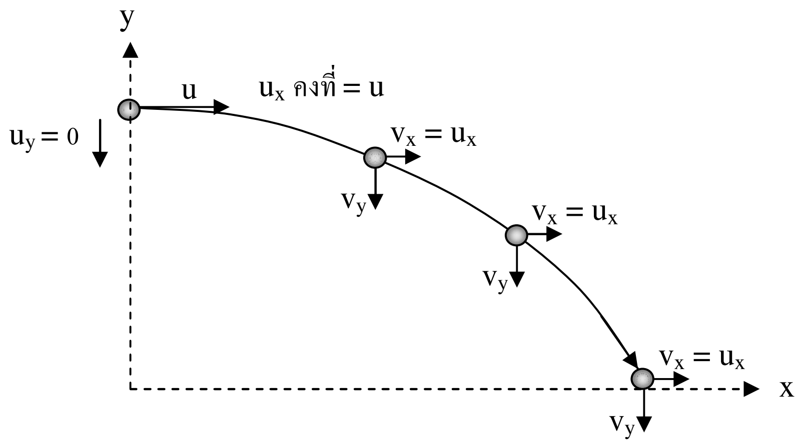
โพรเจกไทล์ (projectile) หมายถึงวัตถุที่ถูกขว้าง หรือยิงออกไป เช่นขว้างก้อนหินออกไป เส้นทางการเคลื่อนที่จะมีวิถีโค้งแบบพาราโบลาโดยไม่คิดผลของแรงต้านอากาศ หรือการหมุนของวัตถุขณะเคลื่อนที่ การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เป็นการเคลื่อนที่ใน 2 มิติ คือเคลื่อนที่ใน**แนวระดับ**และ**แนวดิ่งพร้อมกัน**โดยในแนวดิ่งเคลื่อนที่อย่างอิสระภายใต้แรงดึงดูดของโลก ส่วนในแนวระดับเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ สามารถแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ

1. ขว้างวัตถุออกไปข้างหน้า ทำมุม θ กับแนวระดับ



- วัตถุจะมีความเร็วในแนวระดับ และแนวดิ่งพร้อมกัน
- แนวดิ่งคิดเหมือนโยนวัตถุขึ้นไปให้ตกลงมาอย่างอิสระ ใช้ 4 สูตรจากเรื่องการเคลื่อนที่แนวตรง(โดย a = g)
- แนวระดับวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ใช้สูตร $s_x = u_x t$
- ที่จุดสูงสุดความเร็วในแนวดิ่งเป็นศูนย์

2. ขว้างวัตถุจากที่สูงออกไป ขนานกับแนวระดับ



- วัตถุจะมีความเร็วในแนวระดับ และแนวดิ่งพร้อมกัน
- แนวดิ่งคิดเหมือนปล่อยวัตถุให้ตกลงมาอย่างอิสระ ภายใต้ความเร่ง g
- แนวระดับวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ใช้สูตร $s_x = u_x t$

หมายเหตุ การเคลื่อนที่ทั้ง 2 ลักษณะ ตอนคำนวณให้แยกคิดการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง และแนวระดับออกจากกัน โดยเวลา t ที่ใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งสองแนวมีค่าเท่ากัน

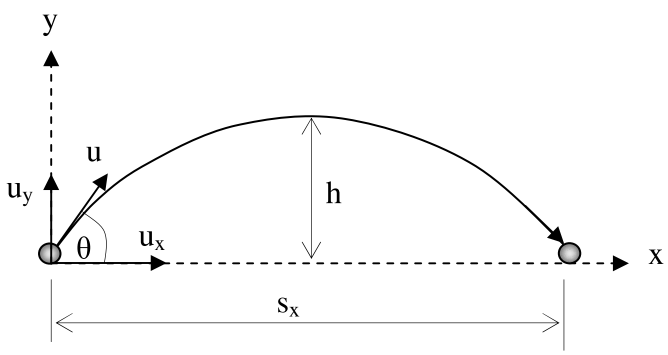
"ใจความหลักของ การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ก็มีแค่นี้แหละครับ เห็นไหมว่าเป็นเรื่องง่าย ๆ ไม่ยากเลย ถ้านักเรียนได้ฝึกทำโจทย์ก็จะเข้าใจเนื้อหาได้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น ทีนี้เราลองมาคิดเล่น ๆ พลิกแพลงหลักโปรเจคไทล์แบบว่าสนุก ๆ ไม่ซีเรียสอะไรมากมายนัก ลองดูครับ..."

ก่อนอื่นมาทบทวนสูตรการเคลื่อนที่แนวตรง 4 สูตรจากบทที่เรียนก่อนหน้านี้ มี...

1. $v = u + at$
2. $s = (u + v)/2 \times t$
3. $s = ut + \frac{1}{2} at^2$
4. $v^2 = u^2 + 2as$

"การเคลื่อนที่แนวดิ่ง แทนค่า a ด้วย g และระวังเรื่องเครื่องหมาย +, - ด้วยครับ คือทางเดียวกันกับ u เป็น +, ตรงข้าม u เป็นลบ.. อ๋อนึกออกแล้ว"

มาดูโพรเจกไทล์ที่มีจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายของการเคลื่อนที่อยู่ในระนาบเดียวกัน



จากรูป จะได้ $u_x = u \cos\theta$ และ $u_y = u \sin\theta$

หาเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งหมด t

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง เสมือนโยนวัตถุขึ้นไปจากพื้นให้ตกลงมาที่เดิม

จาก $s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$

$s_y = 0$ ∵ วัตถุตกลงมาที่เดิม และ $a_y = g$ มีเครื่องหมายลบ ∵ ทิศตรงข้าม u

แทนค่า จะได้ $0 = u \sin\theta\, t + \frac{1}{2}(-g) t^2$

$t = (2 u \sin\theta)/g$ ---*(1)* (ถ้า $g = 10$, $t = u_y/5$)

หาระยะทางที่วัตถุขึ้นไปได้สูงสุด h

จาก $v_y^2 = u_y^2 + 2a_y s$

$v_y = 0$ ∵ จุดสูงสุด

แทนค่า จะได้ $0 = (u \sin\theta)^2 + 2(-g)h$

$$h = (u \sin\theta)^2 / 2g \quad ---(2)$$

จะหาความสัมพันธ์ระหว่าง t กับ h ได้โดยแทนค่า $u \sin\theta = \sqrt{2gh}$ จาก *(2)* ลงใน *(1)*

แทนค่า จะได้ $t = 2(\sqrt{2gh})/g$

$$t = \sqrt{\frac{8h}{g}}$$

จะเห็นได้ว่าเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ ขึ้นอยู่กับค่าความสูงที่วัตถุขึ้นไปได้ หากขว้างวัตถุออกไปพร้อม ๆ กัน ด้วยมุม หรือความเร็วค่าต่าง ๆ กัน วัตถุที่มีเส้นโค้งโปรเจคไทล์สูงที่สุดจะใช้เวลาเคลื่อนที่นานที่สุด และจะตกลงมาหลังสุด

หาระยะทางแนวราบที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ s_x

จาก $s_x = u_x t$

แทนค่า $t = (2 u \sin\theta)/g$ จาก *(1)* จะได้ $s_x = (u \cos\theta)(2 u \sin\theta)/g$

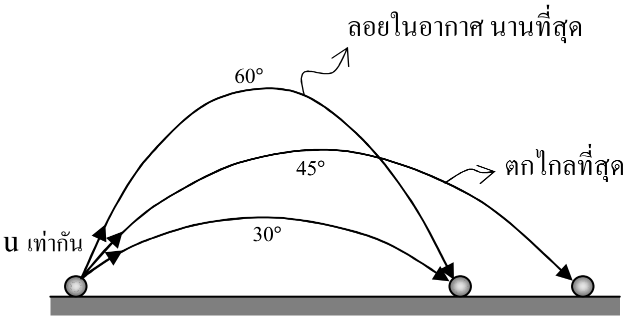
$$s_x = u^2 (2 \sin\theta \cos\theta/g \quad ---(3)$$

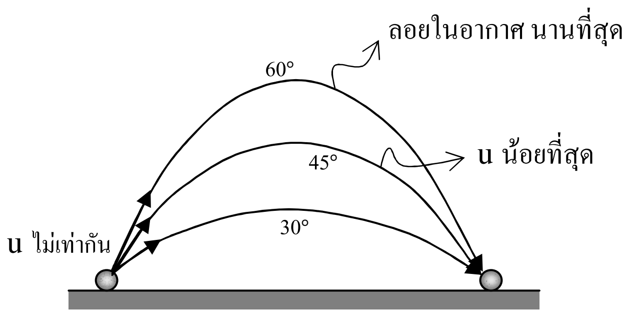
$$s_x = u^2 (\sin 2\theta)/g \quad ---(4)$$

จากสมการ *(3)* และ *(4)* จะสรุปได้ว่า...

1. ถ้า u คงที่ ค่า s_x จะมากที่สุดเมื่อ $\sin 2\theta$ มีค่ามากที่สุดนั่นคือ $\sin 2\theta = 1.0 \therefore 2\theta = 90°$ และ $\theta = 45°$
2. ถ้า s_x คงที่ ค่า u จะน้อยที่สุดเมื่อ $\theta = 45°$ ด้วยเช่นกัน
3. ถ้า u คงที่ ค่า s_x จะเท่ากันสำหรับทุกมุม θ คู่ใด ๆ ที่บวกกันได้ = 90° เช่น 30° กับ 60° ได้ sin30 cos30 = sin60 cos60 , 37° กับ 53° ได้ sin37 cos37 = sin53 cos53

"พอจะสรุปเป็นรูปได้ดังนี้ครับ....."





- มีกีฬาประเภทใดบ้างที่ใช้หลักของโพรเจกไทล์ในการแข่งขัน?
- เวลาที่วัตถุใช้เคลื่อนที่ในแนวราบและแนวดิ่งของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์มีค่าเท่ากันหรือไม่?
- การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ความเร่งในแนวดิ่ง และแนวระดับมีค่าเท่าไร?

ข้อสังเกตุ

- แนวระดับ ความเร็วคงที่ ความเร่งเท่ากับศูนย์
- แนวดิ่ง ความเร็วไม่คงที่ ความเร่งคงที่เท่ากับ g
- แนวโค้งโพรเจกไทล์ ความเร็วไม่คงที่ (คิดแนวระดับ + แนวดิ่ง)
- ทั้งแนวระดับ และแนวดิ่ง ใช้เวลาในการเคลื่อนที่เท่ากัน
- ที่จุดสูงสุด อัตราเร็ว หรือความเร็ว จะเท่ากับอัตราเร็ว หรือความเร็วของแนวระดับ เพราะของแนวดิ่งเท่ากับศูนย์
- เมื่อกล่าวถึงอัตราเร็ว หรือความเร็ว จะหมายถึงอัตราเร็ว หรือความเร็วในแนวโค้งโพรเจกไทล์ ซึ่งเป็นผลจากการคิดรวมแนวระดับกับแนวดิ่งเข้าด้วยกัน
- วัตถุเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ มีแรงดึงดูดของโลกเพียงแรงเดียวเท่านั้นที่กระทำกับวัตถุ

"ทีนี้ลองมาซ้อมมือกับตัวอย่าง ง่าย ๆ กันต่อเลย.."

ตัวอย่างที่ 1

ขว้างก้อนหินจากพื้นด้วยความเร็ว 20 m/s ทำมุม 30° กับแนวระดับ จงหา

ก. เวลาที่ก้อนหินถึงจุดสูงสุด

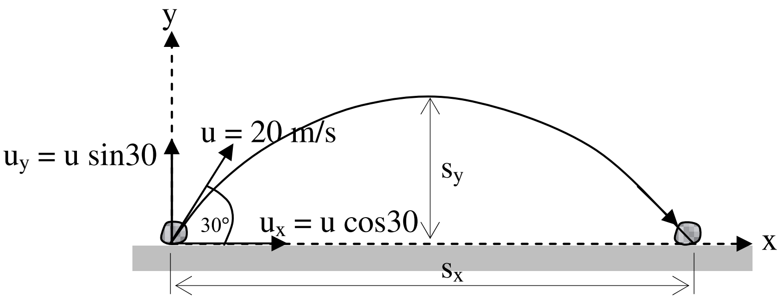
ข. ระยะทางที่ขึ้นไปได้สูงสุด

ค. ระยะทางไกลที่สุด

ง. ตำแหน่งของก้อนหินเมื่อเวลา 1.5 วินาที

จ. ความเร็วของก้อนหินเมื่อเวลา 1.5 วินาที

วาดรูปตามโจทย์ ใส่ตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งที่รู้ค่า และไม่รู้ค่าลงไป



"แตกความเร็ว u ออกเป็นความเร็วในแนวระดับกับความเร็วในแนวดิ่ง เหมือนกับการแตกแรงให้อยู่ในระบบพิกัดฉากที่ได้เรียนมาแล้ว"

ก. เวลาเมื่อยู่จุดสูงสุด t

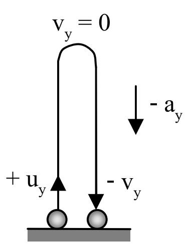
พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง *"เสมือนโยนก้อนหินขึ้นไปแล้วตกกลับมาที่เดิม"*

ที่จุดสูงสุด $v_y = 0$

จากสูตร $v = u + a\,t$

$v_y = u_y + (-g)\,t$

$0 = u\sin 30 - g\,t$



$$t = \frac{u\sin 30}{g} = \frac{20 \times \frac{1}{2}}{10}$$

$\therefore$ เวลาที่ถึงจุดสูงสุด $t = 1$ s **Ans**

- เวลาทั้งหมดที่ก้อนหินใช้เคลื่อนที่จนตกถึงพื้นเป็นเท่าใด?

ข. ระยะทางที่ขึ้นไปได้สูงสุด $s_{y\,max} = \ ?$

จากข้อ ก. ก้อนหินใช้เวลา $t = 1$ s ถึงจุดสูงสุด และ $v_y = 0$

จากสูตร $s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$

$$s_y = \left(\frac{u_y + v_y}{2}\right)t$$

$$s_{y\,max} = \left(\frac{u\sin 30 + 0}{2}\right)t = \frac{20 \times \frac{1}{2}}{2} \times 1$$

$$= 5.0$$

$\therefore$ ระยะทางสูงสุดของก้อนหิน $s_{y\,max} = 5.0$ m **Ans**

ค. ระยะทางไกลที่สุด $s_{x\,max} = \ ?$

หาระยะทางในแนวระดับได้จากสูตร $s_x = u_x t$ (เนื่องจาก u_x คงที่)

เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งหมด = 1 x 2 = 2 วินาที

$$s_{x\,max} = u\cos 30 \times t$$

$$= 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2$$

$$\therefore s_{x\,max} = 20 \times \sqrt{3} \text{ m}$$ **Ans**

ง. ตำแหน่งก้อนหินเมื่อ $t = 1.5$ s

เมื่อเวลา $t = 1.5$ s

หา s_y ได้จากสูตร $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

$$= (u\sin 30)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= \left(20 \times \frac{1}{2}\right) \times 1.5 - \frac{1}{2} \times 10(1.5)^2$$

$$= 15 - 11.25$$

$$s_y = 3.75 \text{ m}$$

หา s_x ได้จากสูตร $s_x = u_x t$

$$= u\cos 30 \times t$$

$$= 20\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 1.5$$

$$s_x = 15\sqrt{3} \quad \text{m}$$

$\therefore$ ก้อนหินจะอยู่ที่ตำแหน่ง $15\sqrt{3}$ m ตามแนวระดับ และอยู่สูง 3.75 m ตามแนวดิ่ง วัดจากจุดเริ่มต้น **<u>Ans</u>**

จ. ความเร็วของก้อนหิน $v = ?$ เมื่อ $t = 1.5$ s

หา v_y ได้จากสูตร

$$v = u + at$$

$$v_y = u\sin 30 + (-g)t$$

$$v_y = 20\times {}^{1}\!/_{2} - 10\times 1.5$$

$$v_y = -5 \ \text{m/s}$$

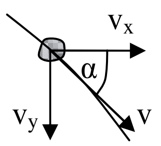
(เป็น $-$ $\therefore$ ทิศตรงกันข้าม u คือ ดิ่งลง)

$$v_x \text{ คงที่ } = u_x = u\cos 30$$

$$v_x = 20\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v_x = 10\sqrt{3} \quad \text{m/s}$$

ความเร็วของก้อนหิน v หมายถึงควมเร็วในแนวเส้นสัมผัสเส้นโค้งของการเคลื่อนที่ ณ เวลานั้น



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \qquad \textit{(รวม } v_x \textit{ และ } v_y \textit{ แบบเวกเตอร์)}$$

$$= \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (5)^2} = \sqrt{325}$$

$$v = 18 \ \text{m/s}$$

$$\tan^{-1}\alpha = \frac{\nu_y}{\nu_x} = \frac{5}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{6}$$

$\therefore$ ก้อนหินจะมีความเร็ว 18 m/s ในทิศทำมุม $\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{6}$ กับแนวระดับ **<u>Ans</u>**

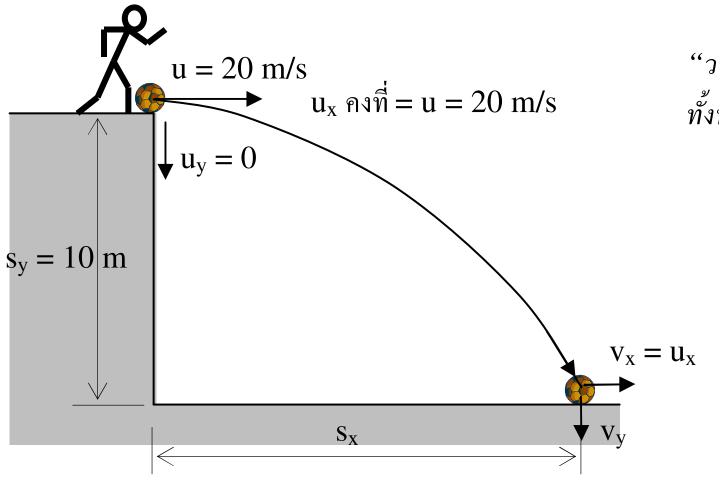
<u>ตัวอย่างที่ 2</u>

เตะลูกบอลจากดาดฟ้าตึกสูง 10 เมตร ไปในแนวระดับด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที จงหา

ก. นานเท่าไร ลูกบอลจึงจะตกถึงพื้นล่าง

ข. ลูกบอลตกถึงพื้นล่างห่างจากตำแหน่งที่เตะออกมาเป็นระยะเท่าไร

ค. ความเร็วของลูกบอลขณะกระทบพื้นเป็นเท่าไร



"วาดรูปตามโจทย์ ใส่ตัวแปรที่เกี่ยวข้อง ทั้งที่รู้ค่า และไม่รู้ค่าลงไป"

ก. เวลาทั้งหมดของการเคลื่อนที่ $t = ?$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง *"เสมือนปล่อยลูกบอลให้ตกลงมาอย่างอิสระจากดาดฟ้า ภายใต้แรงดึงดูดของโลก"*

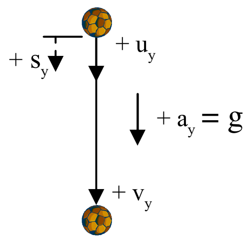
จากสูตร

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$s_y = 0 + \frac{1}{2}gt^2$$

$$10 = \frac{1}{2}(10)t^2$$

$$t = \sqrt{2} \quad s$$



$\therefore$ ลูกบอลใช้เวลาทั้งหมด $t = \sqrt{2}$ s จึงตกลงถึงพื้นล่าง **<u>Ans</u>**

ข. ระยะไกลสุดในแนวระดับ $s_{x\,max} = ?$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

จากสูตร

$$s_x = u_x t$$

$$s_{x\,max} = 20 \times \sqrt{2} \qquad (t = \sqrt{2} \text{ จากข้อ ก.})$$

$$\therefore s_{x\,max} = 20\sqrt{2} \quad m$$ **<u>Ans</u>**

ค. ความเร็วขณะกระทบพื้น $v = ?$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

จากสูตร

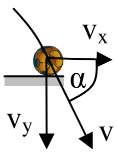
$$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$$

$$s_y = \left(\frac{u_y + v_y}{2}\right)t$$

$$10 = \left(\frac{0 + v_y}{2}\right)\sqrt{2} \qquad (t = \sqrt{2} \text{ จากข้อ ก.})$$

$$v_y = 10\sqrt{2} \quad m/s$$

สำหรับการเคลื่อนที่ในแนวระดับ มีความเร็วคงที่ $v_x = u_x = u = 20$ m/s



$$\therefore \quad v = \sqrt{v_y^{\,2} + v_x^{\,2}}$$

$$= \sqrt{(10\sqrt{2})^2 + 20^2} = \sqrt{600}$$

$$v = 10\sqrt{6} \quad \text{m/s}$$

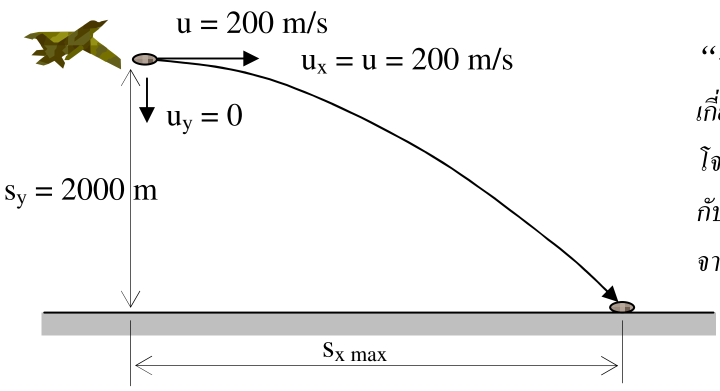
$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{10\sqrt{2}}{20}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore$ ลูกบอลจะมีความเร็ว $10\sqrt{6}$ m/s ในทิศทำมุม $\tan^{-1}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ กับแนวระดับ **Ans**

ตัวอย่างที่ 3

เครื่องบินทิ้งระเบิดของพันธมิตร บินอยู่เหนือที่ซ่อนตัวของกลุ่มก่อการร้ายในอิรัก ขณะที่บินสูง 2,000 เมตร ด้วยความเร็ว 200 เมตรต่อวินาที นักบินได้ทิ้งระเบิดที่ปีกลงมา โดยในขณะนั้นเครื่องบินอยู่ห่างจากเป้าหมาย 4,000 เมตรในแนวระดับ ถามว่าลูกระเบิดจะโดนเป้าหมายหรือไม่



"วาดรูปตามโจทย์ ใครมีหัวศิลปะ โชว์ได้เต็มที่ ใส่ตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งที่รู้ค่า และไม่รู้ค่าลงไป จากรูปและการวิเคราะห์โจทย์เราจะรู้ว่าโจทย์ต้องการให้หา $s_{x\,max}$ แล้วเปรียบเทียบกับ ระยะ 4000 ม. ที่ให้มา

จาก $s_{x\,max} = u_x t$, รู้ u_x หา t มาได้ก็จบ....หมู ๆ "

หาเวลาที่ใช้เคลื่อนที่ทั้งหมด โดยพิจารณาจากการเคลื่อนที่แนวดิ่ง

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2}(g)t^2$$

$$2000 = 0 + \frac{1}{2}(10)t^2$$

$$t = 20 \quad \text{s}$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ u_x คงที่ $= u = 200$ m/s

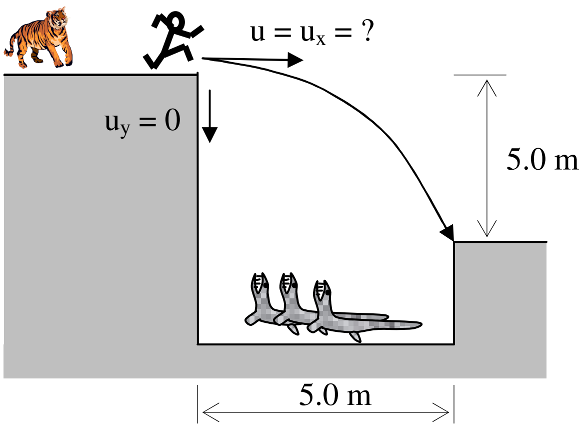
$$s_x = u_x t$$

$$s_{x\,max} = 200\,(20) = 4000 \quad \text{m}$$

$s_{x\,max}$ ตรงกับระยะที่โจทย์กำหนด $\therefore$ โดนเป้า **Ans**

ตัวอย่างที่ 4

บ่อเลี้ยงจระเข้กว้าง 5 เมตร ดังรูป ถ้าต้องวิ่งหนีเสือโดยข้ามบ่อนี้ นักเรียนจะต้องวิ่งความเร็วอย่างน้อยที่สุดเท่าใด จึงจะไม่ตกเป็นเหยื่อจระเข้



“โจทย์ตย.นี้ คิดคล้าย ๆกับ ตย.ที่แล้ว จาก $s_{x\,max} = u_x t$, รู้ $s_{x\,max}$ หา t มาได้ก็จบ....อู๊ด ๆ ”

หาเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ จากการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

จาก $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$s_y = u_y t + \frac{1}{2}(g)t^2$

$5 = 0 + \frac{1}{2}(10)t^2$

$t = 1 \text{ s}$

จาก $s_x = u_x t$

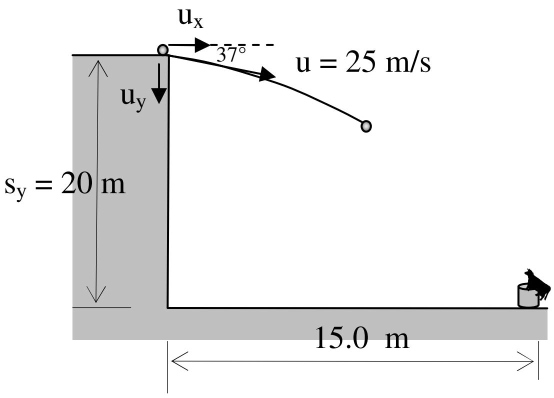
$5 = u_x 1$

$u_x = 5 \text{ m/s}$

$\therefore$ ต้องวิ่งด้วยความเร็วอย่างน้อยที่สุด 5 m/s จึงจะมีชีวิตรอด!! **Ans**

ตัวอย่างที่ 5

เด็กคนหนึ่งยิงหนังสติ๊กจากบนหลังคาตึกสูง 20 เมตร ลงมาในแนวทำมุมก้ม 37° กับแนวระดับด้วยความเร็ว 25 เมตร/วินาที เพื่อให้โดนสุนัขที่คุ้ยขยะอยู่ข้าล่าง โดยอยู่ห่างจากจุดยิง 15 เมตรในแนวระดับ ถามว่าจะยิงโดนหรือไม่



“โจทย์ตย.นี้ คิดคล้าย ๆกับ ตย 3. แต่ $u_y \neq 0$”

จากรูปสามารถแตกความเร็วต้นของกระสุนได้

ตามแนวระดับ $u_x = u\cos 37^\circ = 25x\left(\frac{4}{5}\right) = 20 \text{ m/s}$

และแนวดิ่ง $u_y = u\sin 37^\circ = 25x\left(\frac{3}{5}\right) = 15 \text{ m/s}$

หาเวลาที่กระสุนเคลื่อนที่ จากการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง *"เสมือนขว้างวัตถุลงมาในแนวดิ่ง"*

จาก $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$s_y = u_y t + \frac{1}{2}(g)t^2$

$20 = 15t + \frac{1}{2}(10)t^2$

$t^2 + 3t - 4 = 0$

$(t-1)(t+4) = 0$

$\therefore t = 1 \text{ s}$

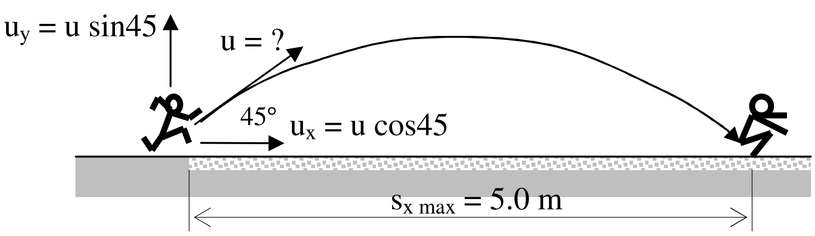
หา $s_{x\,max}$ จาก $s_x = u_x t$

$s_{x\,max} = 20 \times 1 = 20 \text{ m} \neq 15 \text{ m}$

$\therefore$ จะยิงไม่โดนสุนัข <u>Ans</u>

<u>ตัวอย่างที่ 6</u>

นักกระโดดไกลทีมชาติไทย ต้องการทำลายสถิติโลก ซึ่งมีการบันทึกไว้ที่ 5.00 เมตร ถามว่าเขาจะต้องกระโดดด้วยความเร็วอย่างน้อยที่สุดเท่าไร จึงจะเทียบเท่ากับสถิติของแชมป์โลกที่ทำเอาไว้



"ถ้ายังคิดอะไรไม่ออก..ลองวาดรูปดูก่อน แล้วความคิดดี ๆ จะตามมา"

เราทราบมาแล้วว่าการเคลื่อนที่แบบโปรเจคไทล์วัตถุจะไปได้ไกลสุดในแนวระดับเมื่อเคลื่อนที่ออกจากจุดเริ่มต้นด้วยมุม 45° กับแนวระดับ

ดังนั้น ความเร็วต้นในแนวระดับ และแนวดิ่งจะมีค่าเท่ากัน

$u_x = u\cos 45^\circ$

$u_y = u\sin 45^\circ$

$u_x = u_y$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง *("เสมือนโยนวัตถุจากพื้นขึ้นไปในแนวดิ่งแล้วตกลงมาที่เดิมอย่างอิสระ")*

หาเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่จากการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

จากสูตร $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$0 = u_y t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$

$$t = \frac{u_y}{5} = \frac{u_x}{5}$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

$$s_x = u_x t$$

$$5.0 = u_x \left(\frac{u_x}{5}\right)$$

$$u_x = 5.0 \quad \text{m/s}$$

$$u = \frac{u_x}{\cos 45} = \frac{5}{1/\sqrt{2}}$$

$$u = 5\sqrt{2}$$

$\therefore$ ความเร็วน้อยที่สุดที่ต้องกระโดด คือ $5\sqrt{2}$ m/s **Ans**

- ให้นักเรียนลองตรวจสอบดูว่า ถ้านักกีฬาคนนี้ไม่เชื่อฟังโค้ชที่ให้กระโดดด้วยมุม 45° แต่กลับไปกระโดดด้วยมุม 60° แทน เขาจะต้องออกแรงมากหรือน้อยกว่าวิธีที่โค้ชสั่ง จึงจะกระโดดไกล 5.00 เมตร

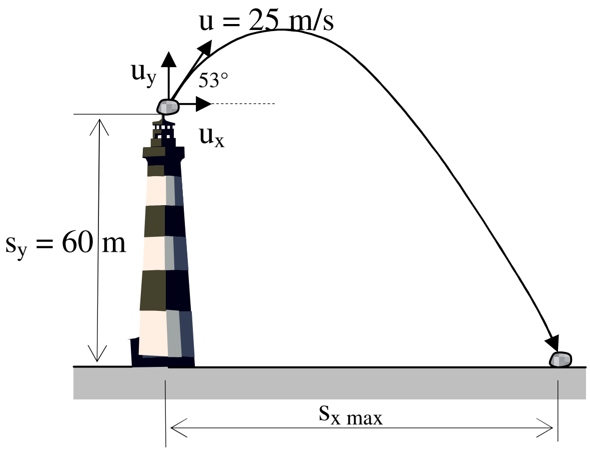
ตัวอย่างที่ 7

ขว้างก้อนหินจากหอคอยสูง 60 เมตร ทำมุมเงย 53° กับแนวระดับด้วยความเร็ว 25 เมตร/วินาที จงหา

ก. นานเท่าไหร่หินจึงตกถึงพื้น

ข. ก้อนหินตกห่างจากฐานหอคอยเท่าไร

ค. ก้อนหินขึ้นไปได้สูงสุดจากพื้นเท่าไร



"วาดรูปตามโจทย์ ใส่ตัวแปรที่เกี่ยวข้อง ทั้งที่รู้ค่า และไม่รู้ค่าลงไป"

ก. เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งหมด $t = ?$

จากรูป $u_x = u\cos 53 = 25\left(\frac{3}{5}\right) = 15$ m/s

$u_y = u\sin 53 = 25\left(\frac{4}{5}\right) = 20$ m/s

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง *("เสมือนโยนก้อนหินจากหอคอยขึ้นไปในแนวดิ่ง แล้วตกลงมาที่พื้นอย่างอิสระ")*

จากสูตร $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

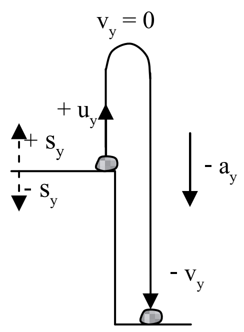
$s_y = u_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$

$-60 = 20t + ½(-10)t^2$

$t^2 - 4t - 12 = 0$

$(t-6)\ (t+2) = 0$

$\therefore\ t = 6$ s **Ans**



ข. $s_{x\,max} = ?$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

$s_x = u_x t$

$s_{x\,max} = u_x t$

$= 15 \times 6$

$\therefore\ s_{x\,max} = 90$ m **Ans**

ค. $s_{y\,max} = ?$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง จากจุดขว้างถึงจุดสูงสุดของการเคลื่อนที่

ความเร็วที่จุดสูงสุด $v_y = 0$

จาก $v^2 = u^2 + 2as$

$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y s$

$0 = 20^2 + 2\,(-10)\ s_y$

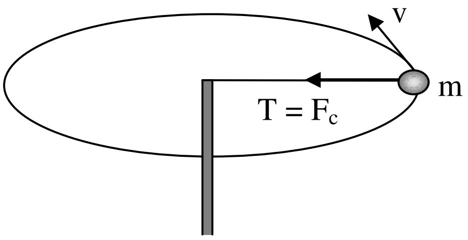
$s_y = 20$ m

$s_{y\,max} = 60 + s_y = 60 + 20$

$\therefore$ ระยะสูงสุดจากพื้น = 80 m **Ans**

4.2 การเคลื่อนที่แบบวงกลมในแนวระดับ

การเคลื่อนที่ของวัตถุแบบวงกลมในแนวระดับเช่น แกว่งวัตถุที่ผูกติดปลายเชือกให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวระดับ ลักษณะของการเคลื่อนที่จะเป็นดังรูป



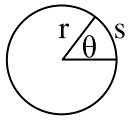
$$\mathbf{F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r}}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$v = \omega r = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\theta = \frac{s}{r}$$

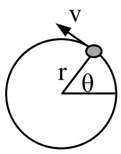


"ภาพในใจการเคลื่อนที่แบบวงกลม แรงตึงเชือก T เป็นแรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุและทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง $T = F_c = mv^2/r$ *"*

วัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็ว v คงที่ จะมีแรงลัพธ์มากระทำกับวัตถุในทิศพุ่งเข้าสู่ศูนย์กลาง และตั้งฉากกับทิศของความเร็วในแนวเส้นสัมผัสวงกลมซึ่งเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ทำให้เกิดความเร่งในทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์ ตามกฎข้อสองของนิวตัน แรงลัพธ์นี้จะทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง F_c มีขนาดเท่ากับ มวล m คูณความเร่งสู่ศูนย์กลาง a_c

ทีนี้มาดูความหมาย ของนิยามต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เอาแบบสั้น ๆ เข้าใจง่ายๆ

"เทคนิคช่วยจำ ความหมายของนิยามเหล่านี้ให้นักเรียนลองนึกภาพวัตถุกำลังเคลื่อนที่ เป็นวงกลมรัศมี r ด้วยอัตราเร็ว v ดังนี้



คาบ " T " คือ เวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ 1 รอบพอดี มีหน่วยเป็น วินาที

ความถี่ " f " คือ จำนวนรอบที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ใน 1 วินาทีเป็นส่วนกลับของคาบ ($f = \frac{1}{T}$) มีหน่วยเป็น 1/วินาที หรือ เฮิรตซ์ (Hz)

อัตราเร็วเชิงเส้น " v " คือ ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ 1 รอบ(= $2\pi r$) ต่อเวลา 1 รอบ(=T) ($v = \frac{2\pi r}{T}$) มีหน่วยเป็น เมตร/วินาที *"ความหมายเหมือน อัตราเร็วในบทที่2"*

อัตราเร็วเชิงมุม " ω " คือ มุมที่กวาดไปได้ 1 รอบ(= 2π) ต่อเวลา 1 รอบ(= T) ($\omega = \frac{2\pi}{T}$) มีหน่วยเป็น เรเดียน/วินาที

"เนื้อหาประเด็นหลัก ของการเคลื่อนที่แบบวงกลม ก็มีอยู่แค่นี้แหละ ต่อไปจะเป็นการนำเนื้อหาไปประยุกต์ใช้ "

- การเคลื่อนที่แบบวงกลมด้วยอัตราเร็วคงที่ ทำไมความเร็วจึงไม่คงที่
- ลองแกว่งวัตถุผูกติดกับปลายเชือกให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวราบ ทำไมจึงรู้สึกว่ามีแรงจากเชือกดึงมือในทิศออกจากศูนย์กลาง แทนที่จะเป็นแรงเข้าสู่ศูนย์กลางตามคำนิยามข้างต้น ลองอธิบายแบบนักเรียนฟิสิกส์เกรด 4
- จงบอกความหมายของ คาบ "T" ความถี่ "f" และอัตราเร็วเชิงมุม " ω"

ตัวอย่างที่ 8

แกว่งวัตถุมวล 0.1 กิโลกรัมที่ผูกติดกับเชือกเบายาว 1.0 เมตร ด้วยอัตราเร็วคงที่ 10 เมตร/วินาที ในแนวระดับ จงหา

ก. คาบ

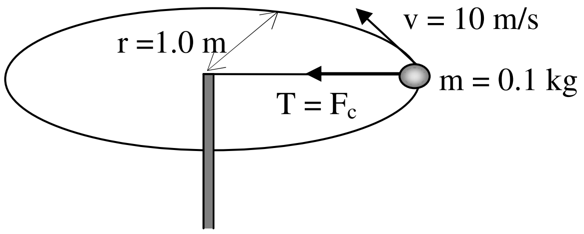
ข. ความถี่

ค. อัตราเร็วเชิงเส้น

ง. อัตราเร็วเชิงมุม

จ. ความเร่งสู่ศูนย์กลาง

ฉ. แรงสู่ศูนย์กลาง



"วาดรูปตามโจทย์ ใส่ตัวแปรที่เกี่ยวข้อง ทั้งที่รู้ค่า และไม่รู้ค่าลงไป"

ก. หาคาบ $T = ?$

รู้ v, r หา T ได้

จาก $v = \frac{2\pi r}{T}$

$T = \frac{2\pi r}{v} = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{1.0}{10}$

$\therefore T = 0.63$ s. **<u>Ans.</u>**

ข. หาความถี่ $f = ?$

จาก $f = \frac{1}{T}$

$= \frac{1}{0.63}$

$\therefore f = 1.59$ Hz **<u>Ans.</u>**

ค. หาอัตราเร็วเชิงเส้น หรืออัตราเร็วในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่

$\therefore v = 10$ m/s **<u>Ans.</u>**

ง. หาอัตราเร็วเชิงมุม $\omega = ?$

จาก $v = \omega r$

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{10}{1.0}$

$\therefore \omega = 1.0$ rad/s **<u>Ans.</u>**

จ. หาความเร่งสู่ศูนย์กลาง $a_c = ?$

จาก $a_c = \dfrac{v^2}{r}$

$= \dfrac{10^2}{1.0}$

$\therefore a_c = 100 \ \text{m/s}^2$ **Ans.**

ฉ. หาแรงสู่ศูนย์กลาง $F_c = ?$

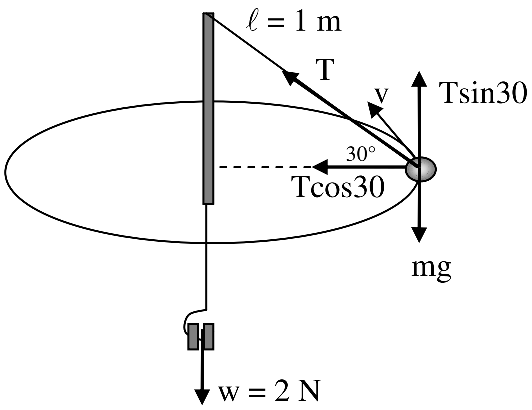
จาก $F_c = ma_c$

$= 0.1 \times 100$

$\therefore F_c = 10 \ \text{N}$ **Ans.** (เท่ากับแรงตึงในเส้นเชือก)

ตัวอย่างที่ 9

ในการทดลองการแกว่งชุดการเคลื่อนที่ในแนววงกลมในแนวระดับ ด้วยอัตราเร็วคงที่ และเชือกยาว 1 เมตร ทำมุม 30° กับแนวระดับตลอดเวลา ดังแสดงในรูป ถ้าน้ำหนักของขอเกี่ยวและนอตที่ใช้มีค่า 2 นิวตัน จงหาแรงสู่ศูนย์กลาง ความเร่ง และความเร็วของวัตถุ



"จากรูป ใส่ตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งที่รู้ค่า และไม่รู้ค่าลงไป แตกแรงตึง T ออกเป็น 2 แนวในทิศตั้งฉากกัน"

"จากรูป แรง T cos30 ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง"

จากรูป $T = W = 2 \ \text{N}$ *"∵ เป็นเชือกเส้นเดียวกัน คล้องผ่านอุปกรณ์ที่ไม่มีความฝืด"*

และ $T\cos 30 = F_c$ *"เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง"*

$\therefore F_c = 2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3} \ \text{N}$ **Ans.**

ในแนวดิ่ง $T\sin 30 = mg$

$m = \dfrac{2}{10} \times \left(\dfrac{1}{2}\right) = 0.10 \ \text{kg}$

หา a_c จาก $F_c = ma_c$

$a_c = \sqrt{3} / 0.10$

$\therefore a_c = 10\sqrt{3} \ \text{m/s}^2$ **Ans.**

หา v จาก $a_c = \dfrac{v^2}{r}$, $r = \ell\cos 30$

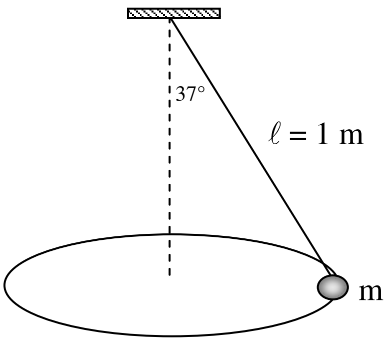
$$v^2 = 10\sqrt{3}\ (1.0 \times \frac{\sqrt{3}}{2})$$

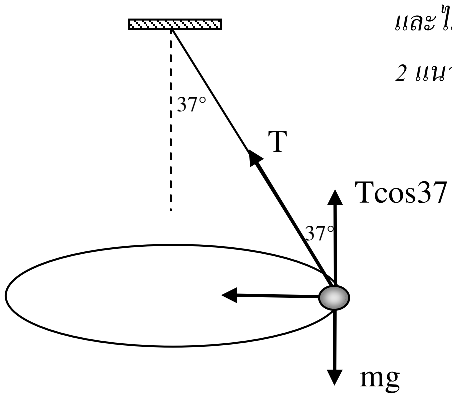
$$\therefore \quad v = \sqrt{15} \ \text{m/s} \quad \underline{\textbf{Ans.}}$$

ตัวอย่างที่ 10

จากรูป จงหาอัตราเร็วเชิงเส้นและอัตราเร็วเชิงมุม ถ้าวัตถุถูกแกว่งเป็นวงกลมสม่ำเสมอในแนวระดับโดยเชือกทำมุม 37° กับแนวดิ่งตลอดเวลา

"จากรูป ใส่ตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งที่รู้ค่าและไม่รู้ค่าลงไป แตกแรงตึง T ออกเป็น 2 แนวในทิศตั้งฉากกัน"





"จากรูป แรง T sin37 ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง"

$$T\sin 37 = F_c$$

$$T\sin 37 = \frac{mv^2}{r} \quad \text{---------}(1)$$

ในแนวดิ่ง $\sum F_y = 0$

$$T\cos 37 = mg \quad \text{----------}(2)$$

$$(1)/(2), \ \tan 37 = \frac{v^2}{rg} \qquad (r = \ell \sin 37 = 1\text{x}\frac{3}{5})$$

$$v^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} \times 10$$

$$\therefore \quad v = \frac{3}{\sqrt{2}} \ \text{m/s} \quad \underline{\textbf{Ans.}}$$

หา ω จาก $v = \omega r$

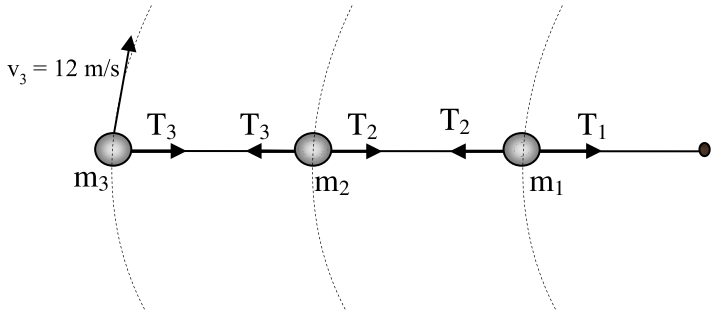
$$\omega = \frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{5}{3}$$

$$\therefore \quad \omega = \frac{5}{\sqrt{2}} \ \text{rad/s} \quad \underline{\textbf{Ans.}}$$

ตัวอย่างที่ 11

วัตถุมวลก้อนละ 0.4 กิโลกรัม 3 ก้อน ถูกผูกต่อเข้าด้วยกัน ด้วยเชือก 3 เส้น โดยแต่ละเส้นยาว 1 เมตร จับปลายเชือกเหวี่ยงวัตถุ ให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนโต๊ะราบลื่น จงหาแรงดึงของเส้นเชือกทั้งสามเส้น ถ้าวัตถุก้อนไกลสุดมีอัตราเร็ว 12 เมตร/วินาที

"วาดรูป ใส่ตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งที่รู้ค่าและไม่รู้ค่าลง"



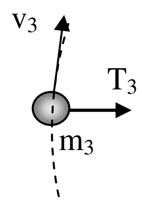
เนื่องจากวัตถุทั้ง 3 ก้อน เคลื่อนที่ครบรอบพร้อมกัน ดังนั้นจะได้

T, f และ ω เท่ากัน

หา ω จากวัตถุก้อนที่ 3

$$v = \omega r$$
$$12 = \omega(3)$$
$$\omega = 4 \text{ rad/s}$$

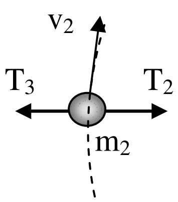
หา T_3 พิจารณา m_3



จาก $T_3 = F_c$

$$T_3 = \frac{m_3 v_3^2}{r}$$
$$= \frac{0.4 \times (12)^2}{3.0}$$
$$T_3 = 19.2 \text{ N}$$ **Ans.**

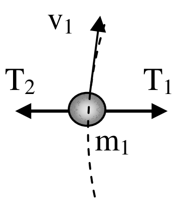
หา T_2 พิจารณา m_2



จาก $T_2 - T_3 = F_c$ *(แรงลัพธ์ที่มีทิศพุ่งสู่ศูนย์กลาง)*

$$T_2 - T_3 = m_2 \omega^2 r$$
$$T_2 - 19.2 = 0.4 \times 4^2 \times 2$$
$$\therefore T_2 = 32 \text{ N}$$ **Ans.**

หา T_1 พิจารณา m_1



จาก $T_1 - T_2 = F_c$

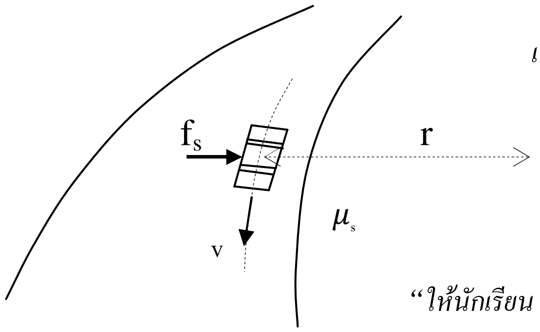
$$T_1 - T_2 = m_1 \omega^2 r$$
$$T_1 - 32 = 0.4 \times 4^2 \times 1$$
$$\therefore T_1 = 38.4 \text{ N}$$ **Ans.**

4.3 การเคลื่อนที่บนถนนโค้ง

1. รถวิ่งบนทางโค้งราบ

รถเลี้ยวโค้งได้ เพราะแรงเสียดทานสถิตระหว่างล้อรถกับถนน ซึ่งทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง

ก. รถยนต์



“จากรูป แรง f_s ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง ”

$$\boxed{f_s = F_c}$$

“ให้นักเรียน จำภาพนี้เป็นภาพในใจ”

จาก $f_s = F_c$

และ $0 < f_s \le \mu_s N$

จะได้ $0 < F_c \le \mu_s N$

$$0 < \frac{mv^2}{r} \le \mu_s mg$$

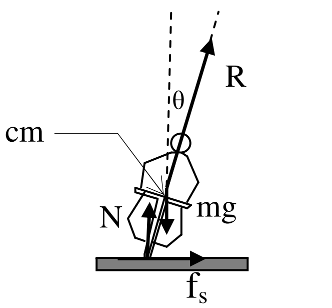
$$0 < \frac{v^2}{rg} \le \mu_s$$

$$0 < v \le \sqrt{\mu_s rg}$$

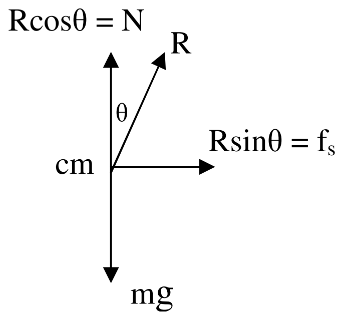
“จาก $0 < v \le \sqrt{\mu_s rg}$ แสดงว่าค่าความเร็วของรถยนต์ v ที่จะทำให้รถวิ่งเข้าโค้งได้อย่างปลอดภัย มีค่าตั้งแต่ 0 ไปจนถึงค่ามากที่สุด $\sqrt{\mu_s rg}$ ”

ข. รถจักรยานยนต์

รถจักรยานยนต์จะเลี้ยวโค้งได้ก็ต่อเมื่อ คนขี่เอียงรถเพื่อให้แนวแรงลัพธ์ R ของแรงปฏิกิริยา N กับแรงเสียดทาน f_s ผ่านจุดศูนย์กลางมวลของรถและคน



“ จำภาพนี้เป็นภาพในใจ”



“จากรูป แรง $R\sin\theta$ ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง ”

$$\boxed{\tan\theta = \frac{v^2}{rg}}$$

$$R\sin\theta = Fc = \frac{mv^2}{r}$$

$$R\cos\theta = mg$$

จากรูป $\tan\theta = \frac{f_s}{N}$

และ $0 < f_s \le \mu_s N$

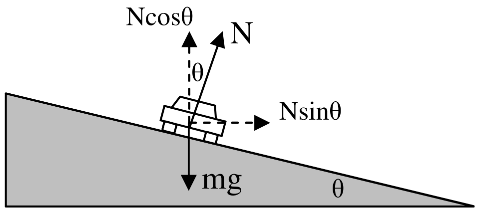
จะได้ $0 < \tan\theta \le \mu_s$

“จาก $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ จะสังเกตว่า จะมีค่า θ เพียงค่าเดียวสำหรับความเร็ว v ค่าหนึ่งที่จะทำให้รถวิ่งเข้าโค้งได้อย่างปลอดภัย หรือพูดอีกนัยหนึ่งต้องขี่รถโดยเอียงรถทำมุมให้เหมาะสมกับความเร็วจึงจะไม่ล้ม...เร็วมากเอียงมาก...เร็วน้อยเอียงน้อย..และเอียงได้มากที่สุดไม่เกินค่าที่ทำให้เกิดแรงเสียดทานสถิตเกินค่าสูงสุด หรือ $\tan\theta \le \mu_s$ ”

2. วิ่งบนทางโค้งเอียง

รถเลี้ยวโค้งได้ เพราะแรงปฏิกิริยาของถนนที่กระทำกับรถ ซึ่งทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง

ก. รถยนต์



$$\mathbf{N\sin\theta = F_c}$$

"จากรูป แรง $N\sin\theta$ ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง (ไม่คิดแรงเสียดทานระหว่างล้อรถกับถนน)"

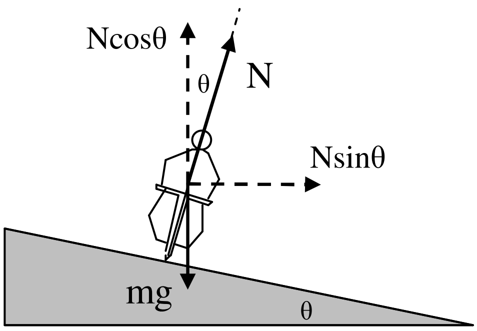
$$N\sin\theta = Fc = \frac{mv^2}{r}$$

$$N\cos\theta = mg$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

"จาก $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ จะสังเกตว่า จะมีค่า θ เพียงค่าเดียวสำหรับความเร็ว v ค่าหนึ่ง ที่จะทำให้รถวิ่งเข้าโค้งได้อย่างปลอดภัย นั่นก็คือสำหรับถนนลื่นที่เอียง θ ต้องขับรถด้วยความเร็ว v เท่านั้นจึงจะไม่ล้ม...ไม่สามารถขับด้วยความเร็วค่าอื่นได้เลย.."

ข. รถจักรยานยนต์

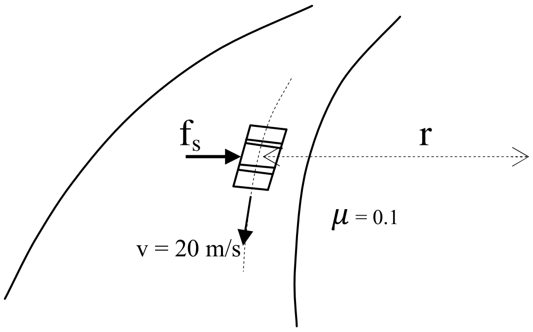


$$\mathbf{\tan\theta = \frac{v^2}{rg}}$$

"กรณีย์รถจักรยายยนต์ สำหรับถนนลื่นที่เอียง θ จาก $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ ต้องขี่รถด้วยความเร็ว v และเอียงตัวทำมุม θ เท่ากับมุมเอียงของถนน เท่านั้นจึงจะไม่ล้ม...ไม่สามารถขี่ด้วยความเร็วค่าอื่นและมุมเอียงอื่น ๆ ได้เลย.."

ตัวอย่างที่ 12

ถ้าขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 72 กิโลเมตร/ชั่วโมง ไปบนถนนทางโค้งราบ รัศมี 100 เมตรและ 400 เมตร จะปลอดภัยหรือไม่ ถ้า สปส. ความเสียดทานระหว่างพื้นถนนกับยางรถมีค่า 0.1



"วาดรูปตามโจทย์ รถยนต์แล่นบนถนนทางโค้งราบจะมีแรงเสียดทาน f_s เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง"

อัตราเร็ว $v = 72$ กม./ชม. $= 72 \times \dfrac{10^3}{60 \times 60}$ เมตร / วินาที $= 20$ m/s

จากรูป $f_s = F_c$

$$\mu N = \frac{mv^2}{r}$$

$$\mu mg = \frac{mv^2}{r}$$

$v = \sqrt{\mu rg}$ เป็นอัตราเร็วสูงสุดที่ออกแบบไว้ให้ขับขี่ได้อย่างปลอดภัย

เมื่อ $r = 100$ m, $v = \sqrt{0.1(100) \times 10} = 10$ m/s < 20 m/s ไม่ปลอดภัย **<u>Ans</u>**

เมื่อ $r = 400$ m, $v = \sqrt{0.1(400) \times 10} = 20$ m/s ≥ 20 m/s ปลอดภัย **<u>Ans</u>**

ตัวอย่างที่ 13

ขับรถยนต์เลี้ยวโค้งบนถนนราบในขณะฝนไม่ตกได้เร็วเป็นสองเท่าของฝนตก ถ้า สปส. ความเสียดทานขณะฝนไม่ตกเป็น μ เมื่อฝนตกจะมีค่าเป็นเท่าใด

จาก $f_s = f_c$ *"รถวิ่งบนทางโค้งราบ"*

$$\mu mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \mu = \frac{v^2}{rg}$$

จะได้ $\mu \propto v^2$ เมื่อ r และ g คงตัว

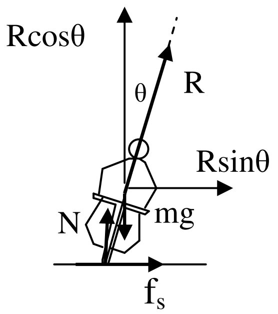
$$\therefore \frac{\mu_{\text{ตก}}}{\mu_{\text{ไม่ตก}}} = \frac{v^2_{\text{ตก}}}{v^2_{\text{ไม่ตก}}}$$

$$\mu_{\text{ตก}} = \frac{\mu v^2_{\text{ตก}}}{(2v)^2_{\text{ตก}}}$$

$$\therefore \mu_{\text{ตก}} = \frac{\mu}{4}$$ **<u>Ans</u>**

ตัวอย่างที่ 14

พีทขี่ชอปเปอร์กำลังเลี้ยวโค้งด้วยอัตรา 15 เมตร/วินาที โดยมีรัศมีความโค้ง 30 เมตร เขาจะต้องเอียงรถทำมุมกับแนวระดับเท่าไรจึงจะปลอดภัย



$$\text{จาก} \quad \tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

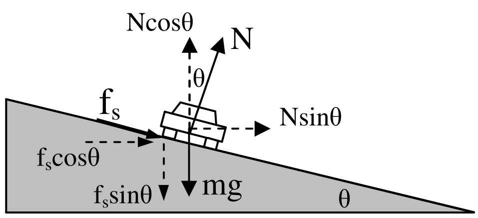
$$\tan\theta = \frac{15^2}{30 \times 10} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \theta = 37^\circ$$

$\therefore$ ต้องเอียงตัวทำมุม $90 - \theta = 53^\circ$ กับแนวระดับ **Ans**

ตัวอย่างที่ 15

ในการออกแบบทางโค้งถนนสายลำปาง เชียงใหม่ ที่มีรัศมีความโค้ง 200 เมตร และพื้นถนนถูกยกเอียงทำมุม $\tan\theta = 0.45$ กับแนวระดับ อยากทราบว่าอัตราเร็วสูงสุดของรถที่วิ่งผ่านโค้งนี้ ได้อย่างปลอดภัยตามที่วิศวกรได้ออกแบบไว้เป็นเท่าใด ถ้าไม่คำนึงแรงเสียดทานระหว่างยางล้อรถกับผิวถนน



"วาดรูปตามโจทย์ ใส่แรงที่เกี่ยวข้อง ทั้งรู้ค่าและไม่รู้ค่าลงไป"

$$f_s = 0$$

$$\text{จาก} \quad \tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

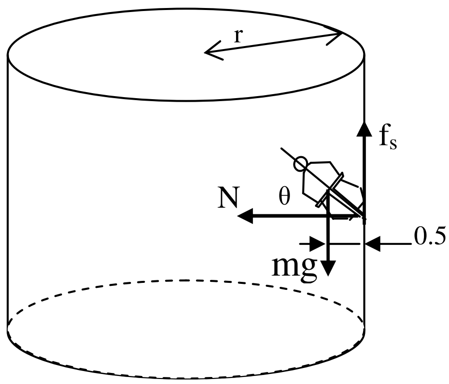
$$0.45 = \frac{v^2}{200(10)}$$

$$v = 30 \text{ m/s} = 108 \text{ km/hr}$$

$\therefore$ อัตราเร็วปลอดภัยสูงสุดที่ออกแบบไว้เมื่อไม่คิดผลของแรงเสียดทานเท่ากับ 108 km/hr **Ans**

ตัวอย่างที่ 16

มอเตอร์ไซด์ไต่ถังแสดงโชว์ในงานวัดแห่งหนึ่ง ถ้าถังมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 9 เมตร และ สปส. ความเสียดทานระหว่างล้อรถกับผิวหนังถัง $\mu_s = 0.1$ คนขี่ต้องขี่ด้วยอัตราเร็วอย่างน้อยเท่าใด รถจึงจะไม่หล่นลงมา และต้องเอียงรถทำมุมเท่าใดกับแนวระดับ (ให้ cm. ของคนและรถอยู่ห่างจากถัง 0.5 เมตร)



จากรูป แนวระดับ $N = F_c$ *(แรงปฏิกิริยาของถังในทิศพุ่งสู่ศูนย์กลางเป็นแรงสู่ศูนย์กลาง)*

$$N = \frac{mv^2}{(r-0.5)} \quad \text{-----------}(1)$$

แนวดิ่ง $\sum F_y = 0$

$$f_s = mg$$

$$\mu_s N = mg \quad \text{------------}(2)$$

(1)/(2) ,

$$\frac{1}{\mu_s} = \frac{v^2}{(r-0.5)g}$$

$$\frac{1}{0.1} = \frac{v^2}{(4.5-0.5)g}$$

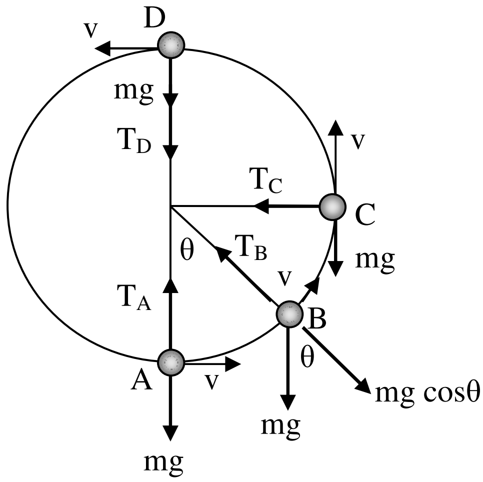
$$\therefore \quad v = 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/hr}$$

$$\tan\theta = \frac{f_s}{N} = \frac{\mu_s N}{N} = \mu_s = 0.1$$

$\therefore$ ต้องขี่รถด้วยอัตราเร็วอย่างน้อย 72 km/hr และเอียงรถทำมุม $\tan^{-1} 0.1$ กับแนวระดับถึงจะไม่หล่นลงมา **Ans**

4.4 การเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบดิ่ง

การเคลื่อนที่ของวัตถุแบบวงกลมในระนาบดิ่งเช่น แกว่งวัตถุที่ผูกติดปลายเชือกให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบดิ่ง ลักษณะของการเคลื่อนที่จะเป็นดังรูป แรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุที่มีทิศพุ่งสู่จุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งเป็นผลมาจากแรงดึงเชือก T และน้ำหนักของวัตถุ mg (แรงดึงเชือกที่ตำแหน่งต่าง ๆ มีค่าไม่เท่ากัน) ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง F_C ทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี r ด้วยอัตราเร็ว v



ที่ A $\quad T_A - mg = \dfrac{mv^2}{r}$

ที่ B $\quad T_B - mg\cos\theta = \dfrac{mv^2}{r}$

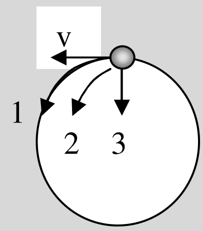
ที่ C $\quad T_C = \dfrac{mv^2}{r}$

ที่ D $\quad T_D + mg = \dfrac{mv^2}{r}$

ข้อสังเกตุ

- สูตรต่าง ๆ ทางด้านขวามือ นักเรียนไม่จำเป็นต้องจำ เราสามารถเขียนขึ้นมาได้เอง จากรูปที่วาดซ้ายมือ สิ่งสำคัญที่สุด นักเรียนนักเรียนจะต้องเข้าใจ เรื่องแรงกระทำที่มีผลต่อการเคลื่อนที่ของกับวัตถุ เขียนลงไปในรูปให้ได้..แรงลัพธ์ ณ ตำแหน่งใด ๆ ที่มีทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง จะทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง

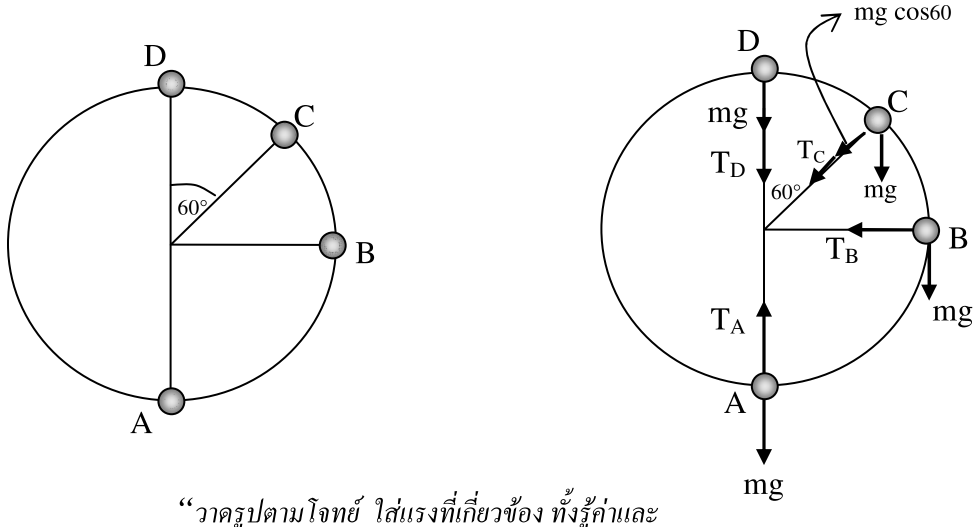
- แรงตึงในเส้นเชือกที่จุดต่ำสุดมีค่ามากที่สุด ที่จุดสูงสุดมีค่าน้อยที่สุด *"ดูจาก 4 สูตรข้างบน"*
- อัตราเร็วของการเคลื่อนที่ " v " ไม่สามารถรักษาให้คงที่ได้ ต้องเป็นไปตามหลักการอนุรักษ์พลังงาน โดย v จะมากที่สุดที่ตำแหน่ง A และลดลงจนน้อยที่สุดที่ D
- อัตราเร็วน้อยที่สุดที่ตำแหน่ง D ที่ทำให้วัตถุสามารถเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้ครบรอบพอดี โดยแรงตึงในเส้นเชือก T = 0 หาได้จาก $\overset{0}{\cancel{T_D}} + mg = \dfrac{mv^2}{r}$ --> $v = \sqrt{rg}$



$v \geq \sqrt{rg}$	วัตถุจะเคลื่อนที่ไปตามแนว 1
$v < \sqrt{rg}$	วัตถุจะเคลื่อนที่ไปตามแนว 2
$v = 0$	วัตถุจะตกลงมาในแนวดิ่ง 3

ตัวอย่างที่ 17

ผูกวัตถุมวล 1 กิโลกรัม ติดกับปลายเชือกยาว 1 เมตร แล้วแกว่งให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวระนาบดิ่งด้วยอัตราเร็วคงที่ค่าน้อยที่สุดที่ทำให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมได้พอดี จงหาแรงตึงในเส้นเชือก ขณะวัตถุอยู่ในตำแหน่ง A , B , C , และ D



"วาดรูปตามโจทย์ ใส่แรงที่เกี่ยวข้อง ทั้งรู้ค่าและไม่รู้ค่าลงไป"

จากรูป หา v น้อยที่สุดอยู่ที่ตำแหน่ง D

วัตถุจะเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้พอดี $\therefore\ T_D = 0$ **Ans**

ที่ D
$$T_D + mg = F_c$$
$$T_D + mg = \frac{mv^2}{r}$$
$$0 + mg = \frac{mv^2}{r}$$
$$v^2 = rg = 1.0 \times 10 = 10$$

ที่ A
$$T_A - mg = F_c$$
$$T_A - mg = \frac{mv^2}{r}$$
$$T_A = \frac{mv^2}{r} + mg$$

แทนค่า $v^2 = 10$ จะได้ $T_A = \frac{1(10)}{1} + 1(10)$

$$\therefore\ T_A = 20\ \text{N}$$ **Ans**

ที่ B
$$T_B = F_c$$
$$T_B = \frac{mv^2}{r}$$
$$= \frac{1(10)}{1}$$

$\therefore \quad T_B = 10\ N$ **Ans**

ที่ C

$$T_C + mg\cos 60 = F_c$$

$$T_C + mg\cos 60 = \frac{mv^2}{r}$$

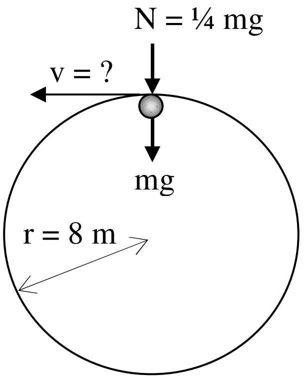
$$T_C = \frac{mv^2}{r} - mg\cos 60$$

$$= \frac{1(10)}{1} - 1(10)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$\therefore \quad T_C = 5\ N$ **Ans**

ตัวอย่างที่ 18

นั่งรถไฟเหาะตีลังกาที่ดิสนีย์แลนด์ รถไฟเคลื่อนที่บนรางโค้งในระนาบดิ่ง รัศมี 8 เมตร ขณะผ่านจุดสูงสุดรู้สึกว่ามีแรงที่เบาะนั่ง กระทำต่อก้นประมาณ 1 ใน 4 ของน้ำหนักตนเอง อยากทราบอัตราเร็วของรถไฟ ณ ตำแหน่งนี้



"วาดรูปตามโจทย์ ใส่แรงที่เกี่ยวข้อง ทั้งรู้ค่าและไม่รู้ค่าลงไป"

จากรูป $N + mg = F_c$ *"ที่จุดสูงสุด แรงปฏิกิริยาจากเบาะนั่ง + น้ำหนักคน เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง"*

$$N + mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{mg}{4} + mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{5}{4}rg$$

$$= \frac{5}{4}(8)(10)$$

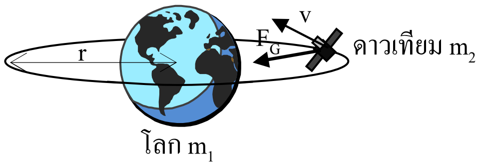
$\therefore \quad v = 10\ m/s$ **Ans**

ข้อสังเกตุ

- การเคลื่อนที่แบบวงกลมไม่ว่าจะเป็นแนวระดับ หรือแนวดิ่ง สูตรหรือสมการของการเคลื่อนที่หาได้จากการวาดรูป โดยแรงลัพธ์ที่มีทิศพุ่งสู่ศูนย์กลางวงกลมจะทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง $F_C = \frac{mv^2}{r}$ ดังนั้นควรวาดรูปทุกครั้ง และไม่ควรใช้วิธีท่องจำสูตรโดยไม่จำเป็น

4.5 การเคลื่อนที่ของดาวเทียม

ดาวเทียมโคจรรอบโลกเป็นวงกลมโดยมีแรงดึงดูดระหว่างมวลของโลกและมวลของดาวเทียม F_G เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง



$$\boxed{F_G = F_c}$$

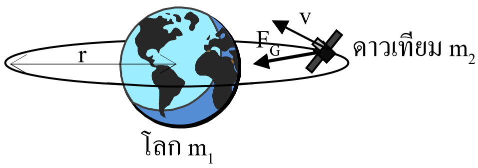
$$\frac{Gm_1m_2}{r^2} = \frac{m_2v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{Gm_1}{r}}$$

- มีแรงดึงดูดระหว่างมวล เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง
- คิดวิเคราะห์ เหมือนการเคลื่อนที่แบบวงกลม
- ดาวเทียมโคจรรอบโลกจะมีอัตราเร็วเชิงมุมเท่ากับการหมุนรอบตัวของโลก
- อัตราเร็วของดาวเทียม v ขึ้นอยู่กับมวลของโลก m_1 ไม่ขึ้นกับมวลของดาวเทียม m_2 (สังเกตุจากสมการ)

ตัวอย่างที่ 19

ดาวเทียมสื่อสารที่ถูกส่งให้ไปโคจรสูงจากผิวโลก 4600 กิโลเมตร ถ้ารัศมีของโลกมีค่า 6400 กิโลเมตร และมีมวล 6×10^{24} กิโลกรัม จงหาอัตราเร็ว , อัตราเร่ง , อัตราเร็วเชิงมุม และคาบของดาวเทียม (กำหนดให้ $G = 6.6 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2)



"วาดรูปตามโจทย์ ใส่แรงที่เกี่ยวข้อง ทั้งรู้ค่าและไม่รู้ค่าลงไป"

จากรูป $r = 4.6 \times 10^6 + 6.4 \times 10^6 = 11.0 \times 10^6$ m

จาก $F_G = F_C$

$$\frac{Gm_1m_2}{r^2} = \frac{m_2v^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{Gm_1}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{Gm_1}{r}} = \sqrt{\frac{6.6\times10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{11 \times 10^6}}$$

$\therefore \quad v = 6.0 \times 10^3 \text{ m/s}$ **Ans**

จาก $a_c = \dfrac{v^2}{r}$

$= \dfrac{(6.0\times10^3)^2}{11.0\times10^6}$

$\therefore \quad a_c = 3.27 \text{ m/s}^2$ **Ans**

จาก $v = \omega r$

$\omega = \dfrac{v}{r} = \dfrac{6.0\times10^3}{11.0\times10^6}$

$\omega = 5.45 \times 10^{-4} \text{ rad / s}$ **Ans**

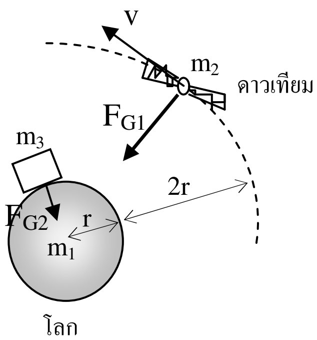
จาก $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\times\dfrac{22}{7}\times\dfrac{1}{5.45\times10^{-4}}$

$\therefore \quad T = 11.52 \times 10^3 \text{ s}$ **Ans**

ตัวอย่างที่ 20

ดาวเทียมไทยคมโคจรรอบโลกในแนววงกลม โดยอยู่สูงจากพื้นโลกเป็นระยะ 2 เท่าของรัศมีโลก อยากทราบว่าดาวเทียมจะโคจรรอบโลกด้วยอัตราเร็วเท่าใด ถ้ารัศมีของโลกเท่ากับ 6×10^6 เมตร



"วาดรูปตามโจทย์ ใส่แรงที่เกี่ยวข้อง ทั้งรู้ค่าและไม่รู้ค่าลงไป"

พิจารณาที่ดาวเทียม $F_{G1} = F_C$

$$\frac{Gm_1m_2}{(3r)^2} = \frac{m_2v^2}{3r}$$

$$v^2 = \frac{Gm_1}{3r} \quad \text{---------}(1)$$

เนื่องจากโจทย์ไม่กำหนดค่า G และมวลของโลก m_1 มาให้ เราสามารถหาค่าคงที่ Gm_1 นี้ได้จากการพิจารณาแรงดึงดูดของโลกที่กระทำกับวัตถุบนพื้นโลก คือน้ำหนักของวัตถุซึ่งมีค่าเท่ากับแรงดึงดูดระหว่างมวลของวัตถุกับมวลของโลก

พิจารณาที่วัตถุบนพื้นโลก $m_3g = F_{G2}$

$$m_3g = \frac{Gm_1m_3}{r^2}$$

$$Gm_1 = gr^2 \quad \text{---------}(2)$$

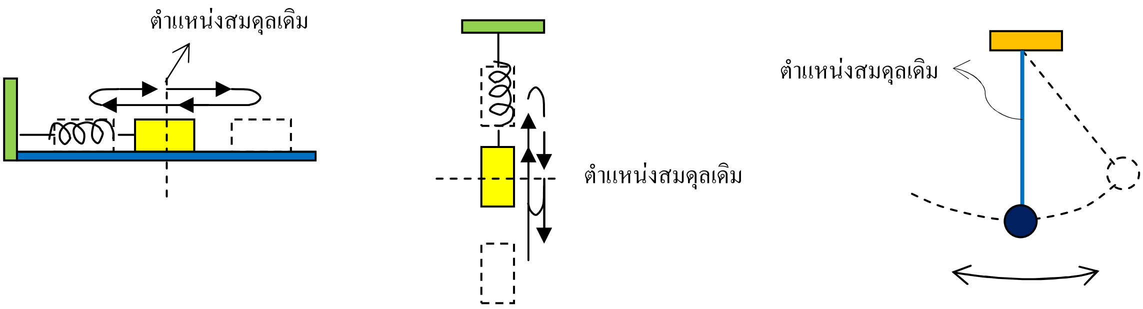
แทนค่า *(2)* ใน *(1)* , $v^2 = \dfrac{gr^2}{3r}$

$$v^2 = \frac{10(6\times10^6)}{3}$$

$$\therefore \quad v = 4.47 \times 10^3 \text{ m/s}$$ **Ans**

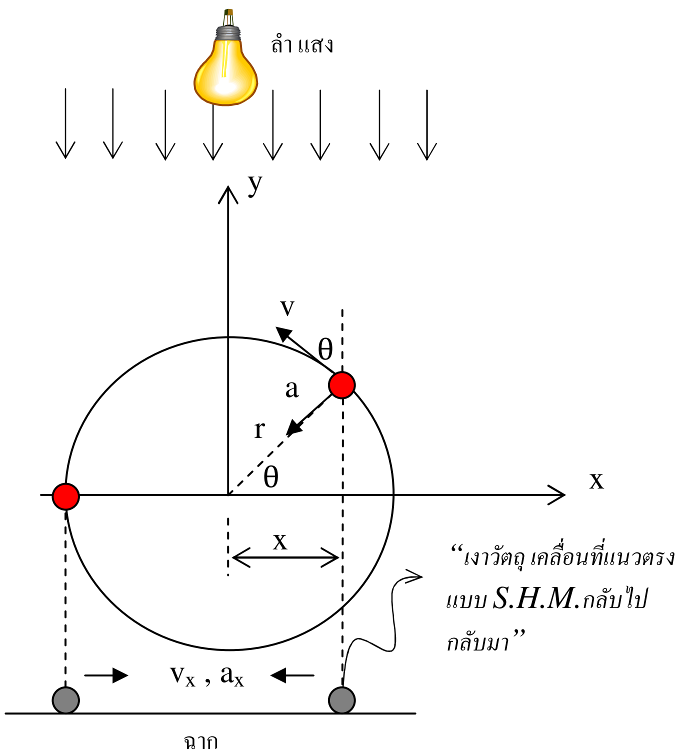
4.6 การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก (S.H.M.)

เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบกลับไปกลับมา ผ่านตำแหน่งสมดุลเดิม และซ้ำเส้นทางเดิมตลอดเวลาเช่น การเคลื่อนที่ของวัตถุติดปลายสปริง การแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกา เป็นต้น



การหาการกระจัด ความเร็ว และความเร่ง ของการเคลื่อนที่แบบ S.H.M.

การพิจารณาเงาของวัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วคงที่



$$x = r\cos\theta = r\cos\omega t$$

$$v_x = -v\sin\theta = -\omega r\sin\omega t$$

$$a_x = -a\cos\theta = -\omega^2 r\cos\omega t = -\omega^2 x$$

"เงาของวัตถุ ที่เคลื่อนที่เป็นวงกลม ผ่านลำแสงแล้วกระทบฉากบนระนาบ x จะเคลื่อนที่กลับไปกลับมาแบบ S.H.M. โดยมีค่าการกระจัด ความเร็ว และความเร่งในแนวแกน x ตามสมการด้านขวามือ"

$$\omega = \frac{\theta}{t} \dashrightarrow \theta = \omega t$$

$$v = \omega r$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

x = ตำแหน่งของวัตถุ หรือการกระจัด จากแนวสมดุลเดิม

v_x = ความเร็วของวัตถุ ในแนวแกน x

a_x = ความเร่งของวัตถุ ในแนวแกน x

Note : x_{mas} = การกระจัดสูงสุดหรือแอมปลิจูด = r เมื่อ $\theta = 0^{\circ}$

$v_{x\,max}$ = $-v = -\omega r$ เมื่อ $\theta = 90^{\circ} = \pi/2$ rad

$a_{x\,max}$ = $-a = -\omega^2 r$ เมื่อ $\theta = 0^{\circ}$

กำหนดให้ทิศของการกระจัด , ความเร็ว และความเร่ง

เป็นบวก (+) เมื่อทิศชี้ทางขวา และเป็นลบ (-) เมื่อทิศชี้ทางซ้าย

ตัวอย่างที่ 21

เงาบนฉากของวัตถุมวล 1 กรัม เคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกในแนวระดับด้วยความถี่ 0.5 เฮิรตซ์ และมีแอมพลิจูด 1.0 เมตร จงหา

ก. อัตราเร็วเชิงมุม

ข. การกระจัดที่เวลา 0.5 วินาที

ค. ความเร็วที่เวลา 0.5 วินาที

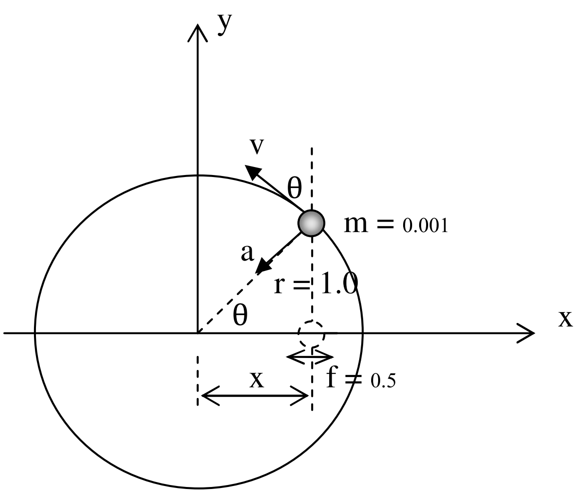
ง. ความเร่งที่เวลา 0.5 วินาที

จ. อัตราเร็วสูงสุด

ฉ. อัตราเร่งสูงสุด

ช. อัตราเร่งที่ตำแหน่ง 0.5 เมตร จากสมดุล

ซ. อัตราเร็วที่ตำแหน่ง 0.5 เมตร จากสมดุล



"วาดรูปตามโจทย์ ใส่ตัวแปรที่เกี่ยวข้อง ทั้งรู้ค่าและไม่รู้ค่าลงไป"

จากรูป จะได้

$x = r\cos\theta = r\cos\omega t$

$v_x = -v\sin\theta = -\omega r\sin\omega t$

$a_x = -a\cos\theta = -\omega^2 r\cos\omega t = -\omega^2 x$

ก. ω = ? , รู้ f = 0.5

จาก $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \times 0.5$

$\omega = \pi$ rad/s **Ans**

ข. x = ? เมื่อ t = 0.5 s

จาก $x = r\cos\omega t$

$= 1.0\cos(\pi \times 0.5)$

$\therefore \quad x = 0 \text{ m}$ **Ans**

ค. $v_x = ?$ เมื่อ $t = 0.5$ s

จาก $v_x = -\omega r \sin \omega t$

$= -\pi(1.0)\sin(\pi \times 0.5)$

$\therefore \quad v_x = -\pi$ m/s ทิศไปทางซ้าย **Ans**

ง. $a_x = ?$ เมื่อ $t = 0.5$ s

จาก $a_x = -\omega^2 r \cos\theta$

$= -\pi^2(1.0)\cos(\pi \times 0.5)$

$\therefore \quad a_x = 0$ m/s **Ans**

จ. $v_{x\,max} = ?$

จาก $v_x = \omega r \sin \omega t$

$v_{x\,max} = \omega r$ (เมื่อ $\sin \omega t = 1 \quad \therefore \quad \omega t = \frac{\pi}{2}$)

$= \pi(1.0)$

$\therefore \quad v_{x\,max} = \pi$ m/s **Ans**

ฉ. $a_{x\,max} = ?$

จาก $a_x = \omega^2 r \cos \omega t$

$a_{x\,max} = \omega^2 r$ (เมื่อ $\cos \omega t = 1 \quad \therefore \quad \omega t = 0$)

$= \pi^2(1.0)$

$\therefore \quad a_{x\,max} = \pi^2 \text{ m/s}^2$ **Ans**

ช. $a_x = ?$ เมื่อ $x = 0.5$ m

จาก $a_x = \omega^2 x$

$= \pi^2(0.5)$

$\therefore \quad a_x = \frac{\pi^2}{2} \text{ m/s}^2$ **Ans**

ซ. $v_x = ?$ เมื่อ $x = 0.5$ m

จาก $x = r\cos \omega t$ ----------*(1)*

และ $v_x = \omega r \sin \omega t$

$\frac{vx}{\omega} = r \sin \omega t$ ----------*(2)*

$(1)^2 + (2)^2$, $x^2 + \frac{v_x^2}{\omega^2} = r^2(\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t)$

$$v_x^2 = \omega^2 (r^2 - x^2)$$

$$v_x = \omega\sqrt{r^2 - x^2}$$

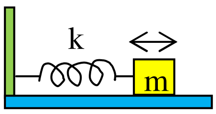
แทนค่า $v_x = \pi\sqrt{1^2 - 0.5^2}$

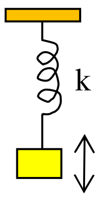
$\therefore$ $v_x = \pi\sqrt{0.75}$ m/s **Ans**

ข้อสังเกตุ

- สมการการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก อาจจำได้ยากสักหน่อยหากเรียนไปนาน ให้นักเรียนใช้วิธีวาดรูปเงาของวัตถุบนฉากจากการฉายแสงดังอธิบายไว้ แล้วเขียนสมการหรือสูตรออกมา ซึ่งทำได้ง่ายๆ สบายๆ อย่าเอาแต่นั่งมึนโดยไม่ทำอะไร หรือถอดใจเพราะจำสูตรไม่ได้ ลองขีดๆ เขียนๆ ลงไป แล้วจะทำให้ชีวิตมันง่ายขึ้นครับ

การหาคาบและความถี่ของการสั่นของวัตถุที่ติดปลายสปริง

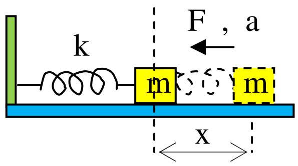




คาบของการเคลื่อนที่มีค่าเท่ากับ

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

"ให้นักเรียนจำสูตรนี้ไว้ เมื่อกล่าวถึงคาบ หรือความถี่ของการสั่นของวัตถุที่ติดสปริง...ลองนึกภาพ มวลมาก T มาก ตาม สมเหตสมผล"



จาก $F = ma$

และ $F = -kx$ โดยที่แรง F เป็นแรงดึงกลับของสปริง มีขนาดแปรผันตรงกับระยะยืดหรือหดของสปริงหรือขนาดการกระจัด แต่มีทิศตรงข้ามกับการกระจัด x โดย k เป็นค่าคงที่ของสปริง

จะได้ $a = \frac{-kx}{m}$

และจาก $a = -\omega^2 x$

จะได้ว่า $\omega^2 = \frac{k}{m}$ --> $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

จาก $\omega = \frac{2\pi}{T}$ --> $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ หรือ $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

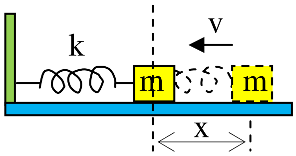
- คาบ (T) และความถี่ (f) ของวัตถุที่ติดสปริงขึ้นอยู่กับมวล (m) และค่าคงที่ของสปริง (k) เท่านั้น

ตัวอย่างที่ 22

มวล 100 กรัม ติดกับปลายข้างหนึ่งของสปริง เมื่อออกแรง 1 นิวตันดึงวัตถุ สปริงจะยืดออก 10 เซ็นติเมตร ถ้าทำให้มวลนี้มีการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก และมีอัตราเร็วสูงสุด 2 เมตร/วินาที จงหา

ก. คาบของการสั่น

ข. แอมพลิจูด



"วาดรูป ใส่ปริมาณที่เกี่ยวข้องทั้งที่รู้ค่าและไม่รู้ค่าลง"

ก. หาคาบ T = ?

จาก $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ รู้ m หา k จาก $F = kx$ $\therefore$ $k = \frac{F}{x} = \frac{1}{0.1} = 10$ N/m

แทนค่า $= 2\pi\sqrt{\frac{100\times10^{-3}}{10}}$

$\therefore$ $T = 0.2\pi = 0.63$ s **<u>Ans</u>**

ข. หาแอมพลิจูด หรือการกระจัดสูงสุด $x_{max} = r = ?$ รู้ $v_{x\,max} = 2$ m/s

จาก $v_x = \omega r \sin \omega t$

$v_{x\,max} = \omega r$ (เมื่อ $\sin \omega t = 1$)

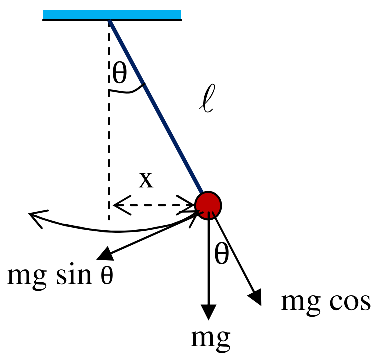
$= (\frac{2\pi}{T})\,r$

$\therefore$ $r = v_{x\,max}\,(\frac{T}{2\pi})$

$r = 2\,(\frac{0.2\pi}{2\pi})$

$\therefore$ $r = 0.20$ m **<u>Ans</u>**

<u>การหาคาบ และความถี่ของการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย</u>



คาบของการเคลื่อนที่มีค่าเท่ากับ

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$$

"จำสูตรนี้ไว้ เมื่อกล่าวถึงคาบ หรือความถี่ของการแกว่งของลูกตุ้ม เชือกยาวมาก T มากตาม สมเหตุสมผล"

ให้ θ เป็นมุมเล็ก ๆ $\therefore$ ประมาณแนวการเคลื่อนที่จากโค้ง เป็นแนวตรง และความยาวแนวโค้ง เท่ากับแนวตรง x

$\vec{x}$ เป็นการกระจัดของลูกตุ้มจากตำแหน่งสมดุล (ทิศชี้ทางขวาเป็นบวก (+))

$\vec{F}$ เป็นแรงดึงกลับ (ทิศชี้ทางซ้ายเป็นลบ (-))

จาก $F = ma$

จะได้ $-mg\sin\theta = ma$

$$a = -g\sin\theta$$

$$a = -g\left(\frac{x}{\ell}\right)$$

จาก $a = -\omega^2 x$

$$\omega^2 = \frac{g}{\ell}$$

$$\therefore \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

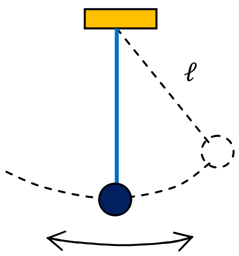
$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\therefore \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

- คาบ (T) และความถี่ (f) ของการแกว่งแบบลูกตุ้มขึ้นอยู่กับความยาวเส้นเชือก (ℓ) และความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (g) เท่านั้น

ตัวอย่างที่ 23

จงหาคาบ และความถี่ ของการแกว่งลูกตุ้มอย่างง่ายมวล 1 กิโลกรัม แขวนด้วยเชือกยาว 0.4 เมตร และถ้าเปลี่ยนมวลลูกตุ้มเป็น 5 กิโลกรัม จะแกว่งได้คาบ และความถี่เท่าใด



"วาดรูป ใส่ปริมาณที่เกี่ยวข้องทั้งที่รู้ค่า และไม่รู้ค่าลง"

จากสูตรการหาคาบของการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

จะได้ $$T = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{10}}$$

$$= 0.4\pi \quad s \quad \textbf{Ans}$$

และ $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.4\pi} = 2.5/\pi$ รอบ/วินาที **Ans**

ถ้าเปลี่ยนมวลลูกตุ้มเป็น 5 กิโลกรัม จะแกว่งได้คาบ และความถี่เท่าใด ?
(ตอบ ยังคงได้คาบ และความถี่เท่าเดิม เพราะมวลไม่มีผลต่อคาบและความถี่ของการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย)

- ข้อความต่อไปนี้กล่าวถูกต้องหรือไม่ เกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบ S.H.M.
  1. เป็นการเคลื่อนที่ที่มีคาบ ความถี่ และแอมพลิจูด คงที่เสมอ
  2. เป็นการเคลื่อนที่ที่มีอัตราเร็วเชิงมุม คงที่เสมอ
  3. เป็นการเคลื่อนที่ที่มีความเร็ว และความเร่ง คงที่เสมอ
  4. ขนาดของความเร่ง แปรผันตรงกับขนาดการกระจัดจากสมดุลแต่มีทิศตรงข้ามกันเสมอ
  5. ณ ตำแหน่งที่วัตถุมีความเร็วสูงสุด จะมีความเร่งและการกระจัดน้อยที่สุด
  6. ณ ตำแหน่งที่วัตถุมีความเร่ง และการกระจัดมากที่สุด จะมีความเร็วน้อยที่สุด
  7. แรงที่กระทำกับวัตถุจะมีทิศตรงข้ามกับทิศการกระจัดเสมอ

  (ตอบ ข้อ 3 ผิด นอกนั้นถูกหมด)

<u>ข้อสังเกตุ</u>

- สูตรการหาคาบ การสั่นของวัตถุติดปลายสปริง หรือการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย ควรจะจำให้ได้ก่อนเข้าห้องสอบ เพราะมักจะออกสอบบ่อยๆ โดยเฉพาะข้อสอบแข่งขันเข้ามหาวิทยาลัย

ให้นักเรียนศึกษาเรื่อง การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิคอย่างง่าย (หัวข้อ 4.6) แล้วฝึกทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้

1) อนุภาคมวล 0.1 กรัม เคลื่อนที่แบบ SHM ในระนาบดิ่งด้วยความถี่ 50 เฮิรตซ์ และมีแอมพลิจูด 1.0 เซนติเมตร โดยมีเฟสเริ่มต้นเป็นศูนย์ จงหา
   ก. อัตราเร็วเชิงมุม
   ข. การกระจัดที่เวลา t ใดๆ
   ค. ความเร็วที่เวลา t ใดๆ
   ง. การกระจัดที่เวลา 0.01 วินาที
   จ. ความเร็วที่เวลา 0.01 วินาที
   ฉ. อัตราเร็วที่ตำแหน่ง 0.5 เซนติเมตรจากสมดุล
   ช. อัตราเร่งที่ตำแหน่ง 0.5 เซนติเมตร
   ซ. อัตราเร็วสูงสุด
   ฌ. อัตราเร่งสูงสุด
   ญ. แรงกระทำต่ออนุภาคสูงสุด

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2) อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายด้วยอัตราเร็ว 0.7 รอบ/วินาที และมีการกระจัดไกลสูงสุด 0.5 เมตร จงหา

   ก. อัตราเร็วสูงสุด

   ข. อัตราเร่งสูงสุด

....

....

....

....

....

....

....

....

3) มวล 2 กิโลกรัม ติดสปริงเบาห้อยอยู่ในแนวดิ่งจะทำให้สปริงยืดออก 10 เซนติเมตร ถ้าเปลี่ยนเป็นมวล 0.5 กิโลกรัม ติดสปริงแทน จากนั้นดึงมวลแล้วปล่อย มวลนี้จะสั่นด้วยความถี่เท่าไร

....

....

....

....

....

....

....

4) ลูกตุ้มมวล 0.1 กิโลกรัม แขวนด้วยเชือกยาว 4 เมตร ทำให้แกว่งกลับไปกลับมาโดยมีคาบ 4 วินาที ถ้าเปลี่ยนมาใช้ลูกตุ้มมวล 0.2 กิโลกรัม แขวนด้วยเชือกยาว 1 เมตร ในเวลา 10 วินาที ลูกตุ้มจะแกว่งได้กี่รอบ

....

....

....

....

....

....

....

5) แขวนมวล 4.9 กิโลกรัมกับสปริง แล้วปล่อยให้สั่นขึ้นลง วัดคาบของการสั่นได้ 0.25 วินาที ถ้าเอามวล 4.9 กิโลกรัมออก สปริงจะสั้นกว่าตอนที่แขวนมวลอยู่เท่าใด

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6) เมื่อออกแรง 4.0 นิวตัน ดึงปลายแผ่นสปริงของเครื่องชั่วมวล ปลายแผ่นสปริงเบนไปจากตำแหน่งสมดุล 10 เซนติเมตร ดังรูป ที่ปลายสปริงติดมวล 0.1 กิโลกรัม ถ้าดึงให้ปลายสปริงเบนไปจากตำแหน่งสมดุล 15 เซนติเมตร แล้วปล่อยมือ จงหา

ก. คาบของการสั่นของมวล

ข. ความเร่งสูงสุดของมวล

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....